RÉVISIONS

CALCUL NUMÉRIQUE – CALCUL LITTÉRAL

Note : Evaluation sur les exercices suivants le premier jour de cours de mathématiques.

S'entraîner avec les exercices pages 7 à 12 – page 73 – pages 79 à 81 du livre « Exercices de perfectionnement en calcul » de Véronique Perdu chez Ellipses, et avec les exercices suivants.

I.   CALCUL FRACTIONNAIRE

Exercice 1

Calculer puis donner les résultats sous forme de fraction irréductible.

$A = \frac{1}{4} + \frac{2}{15} \times \frac{3}{4}$ $\qquad$ $B = \frac{\frac{1}{3}+\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}}$ $\qquad$ $C = (\frac{1}{3} + \frac{2}{5}) \times \frac{3}{4}$ $\qquad$ $D = \frac{4}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{5}{2}$ $\qquad$ $E = \frac{\frac{7}{9}}{\frac{1}{3}-2}$

$F = \frac{(1-\frac{1}{5})(1-\frac{2}{5})(1-\frac{4}{5})(1-\frac{5}{5})}{3}$ $\qquad$ $G = \frac{12}{9+\frac{8}{7+\frac{6}{5+\frac{4}{3+\frac{2}{1+1}}}}}$ $\qquad$ $H = \left(2 + \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{2+\frac{3}{4}} - \frac{\frac{3}{7}-\frac{8}{9}}{\frac{8}{9}-\frac{3}{7}}$

$I = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2020}\right)$

II.   PUISSANCES

Exercice 2

Simplifier puis donner le résultat sous forme décimale.

$A = \frac{10^4 \times 7^{-1}}{2^7 \times 7^{-3} \times 5^7}$ $\qquad$ $B = \left(\frac{3^{-9} \times (10^{-3})^{-2}}{2^{-1} \times 10^5 \times 3^{-10}}\right)^2$

Exercice 3

Soient a et b des nombres non nuls.
Ecrire les expressions sous la forme $a^n \times b^m$ avec n et m des entiers relatifs.

$A = \frac{a^2 \times b^{-3}}{a^{-2} \times b}$ $\qquad$ $B = \frac{(ab^2)^{-1}}{(a^2 b^3)^2}$ $\qquad$ $C = (a^3 b)^3 (a^2 b^5)^4$ $\qquad$ $D = \frac{(ab^3)^{-4}(a^{-2}b)^2}{a^{-6}b^4}$

Exercice 4

On pose $B(n) = \frac{(8^{n+1}+8^n)^2}{(4^n - 4^{n-1})^3}$.

1. Calculer $B(n)$ pour $n = 0$ et $n = 1$.
2. Montrer que $B(n)$ ne dépend pas de n.

III.   RACINES CARREES

Exercice 5

Simplifier le plus possible les expressions suivantes.

$A = \sqrt{27} + 2\sqrt{75} - \sqrt{108}$ $\qquad$ $B = \sqrt{150} + \sqrt{96} - 4\sqrt{24}$

Exercice 6

Rendre rationnels les dénominateurs des expressions suivantes.

$$A = \frac{2}{\sqrt{3}} \qquad B = \frac{-8}{\sqrt{2}} \qquad C = \frac{5}{\sqrt{6}-1} \qquad D = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \qquad E = \frac{1+\sqrt{3}}{2+2\sqrt{3}}$$

Exercice 7

Exprimer sans racine carrée.

$$A = \sqrt{(-5)^2} \qquad B = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} \qquad C = \left(\sqrt{2\sqrt{3}}\right)^4 \qquad D = \left(\frac{5-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$$

IV. CALCUL LITTERAL

Exercice 8

Développer les expressions suivantes.

$A = (3x - 4)(6x - 1)$ $\qquad B = (-2x + 3)(4x - 3))$ $\qquad C = 2(3x + 1)(5x - 2)$

$D = -7(2x - 3)(4x - 9)$ $\qquad E = x(2 - 3x) + 6x^2 + 3x$ $\qquad F = (5 - x)(1 + 2x) + (2x + 3)(4x + 8)$

$G = (7x - 2)(2x + 6) - 4(3x - 7)(x - 5)$ $\qquad H = (2a^3 - 7b)(-7a + 3b^2)$

$I = (2a^3 b - 7ab^3)(-a^3 b + 2ab^3)$ $\qquad J = (2x - 5)^2$ $\qquad K = (4x + 9)^2$

$L = (3x^2 - \frac{1}{3}x)^2$ $\qquad M = (3x - \sqrt{5})^2$ $\qquad N = \left(x + \frac{3}{5}\right)\left(x - \frac{3}{5}\right)$

$P = \left(\frac{5}{4}x + \frac{2}{7}\right)\left(\frac{5}{4}x - \frac{2}{7}\right)$ $\qquad Q = \left(3x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$ $\qquad R = (2x + 3)^3$ $\qquad S = (2x - 3)^3$

$T = (x + a)(x - a)(x^2 - a^2)$ $\qquad U = (2a - 1)(2a + 1)(4a^2 + 1)$

$V = [(x - 1) + x^2][(x - 1) - x^2]$ $\qquad W = (a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$

$X = (4a^{3n} + 3a^{2n})(4a^{3n} - 3a^{2n})$ $\qquad Y = (2a^n - a^{n+1})^2$

Exercice 9

Factoriser les expressions suivantes (au maximum).

$A = 4(x - 1) + (x - 1)(2x + 1)$ $\qquad B = (x + 5)^2 + (x - 5)(x + 5) - 3(x + 5)$

$C = 5(2x - 1)^3 + (2x - 1)^2(x + 2)$ $\qquad D = (2x - 3)^2 + 5x(3 - 2x)$

$E = 2x + 5 - (x + 3)(4x + 10)$ $\qquad F = 1 - 12x + 36x^2$ $\qquad G = (3x - 1)^2 - 25$

$H = (2x + 3)^2 - (x - 1)^2$ $\qquad I = 4x^2 - 20x + 25$ $\qquad J = 2x^2 + 20x + 50$

$K = \frac{4}{9} - (2x + \frac{1}{3})^2$ $\qquad L = x^2 - 9 + (x - 3)(2x + 5)$

$M = (2x - 3)^2 - (6 - 4x)(6x + 1)$ $\qquad N = 4x^2 - 4x + 1 + (4 - 8x)(3x + 2)$

$P = (25x^2 + 1 - 10x) - 9x^2$

V.   SIMPLIFICATION D'EXPRESSIONS FRACTIONNAIRES

Exercice 10

Après avoir déterminé les valeurs interdites, simplifier si possible les expressions fractionnaires suivantes.

$A = \dfrac{2x}{x-1} + 4$ $B = \dfrac{3x-2}{x-2} - \dfrac{2}{3}$ $C = \dfrac{3}{x-4} + \dfrac{2}{x}$ $D = \dfrac{1}{x-3} - \dfrac{2}{x}$

$E = \dfrac{3x+3}{3x-1} - \dfrac{2x}{2x+1}$ $F = \dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{x}$ $G = \dfrac{a^3-b^3}{(a-b)^2} - \dfrac{(a+b)^2}{a-b}$ $H = \dfrac{\frac{6(n+1)}{n(n-1)(2n-2)}}{\frac{2n+2}{n^2(n-1)^2}}$

$I = \dfrac{2}{x+2} - \dfrac{1}{x-2} + \dfrac{8}{x^2-4}$ $J = \dfrac{1}{x} + \dfrac{x+2}{x^2-4} + \dfrac{2}{x^2-2x}$

VI.   CALCUL AVEC L'EXPONENTIELLE

Exercice 11

Simplifier les expressions suivantes.

$A = e^4 \times e^{-5}$ $B = (e^3)^2 \times e^5$ $C = \dfrac{e^4(e^2)^3}{e^{-3}}$

Exercice 12

Développer les expressions suivantes.

$A = (e^2 + e^{-2})^2$ $B = (e^2 + 1)(e^2 - 1)$ $C = (e^{\frac{x}{2}} - 1)(e^{\frac{x}{2}} + 1)$ $D = (e^{x+4} + 1)(e^{-x} + e)$

Exercice 13

Factoriser les expressions suivantes.

$A = xe^x - e^x$ $B = (x+3)e^{-2x} - 2e^{-2x}$ $C = (x+6)e^{5x} - 4e^{5x}$ $D = e^{2x} - 4x^2$

$E = e^{2x} + 2e^x + 1$ $F = e^{2x} + 2 + e^{-2x}$

VII.   CORRECTION DES EXERCICES

Exercice 1

$A = \frac{1}{4} + \frac{2}{15} \times \frac{3}{4}$

$A = \frac{1}{4} + \frac{1}{10}$

$A = \frac{7}{20}$

$B = \frac{\frac{1}{3}+\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}}$

$B = \frac{\frac{11}{15}}{\frac{3}{4}}$

$B = \frac{11}{15} \times \frac{4}{3}$

$B = \frac{44}{45}$

$C = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{4}$

$C = \frac{11}{15} \times \frac{3}{4}$

$C = \frac{11}{20}$

$D = \frac{4}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{5}{2}$

$D = \frac{4}{3} - \frac{5}{3}$

$D = -\frac{1}{3}$

$E = \frac{\frac{7}{9}}{\frac{1}{3}-2}$

$E = \frac{\frac{7}{9}}{-\frac{5}{3}}$

$E = -\frac{7}{9} \times \frac{3}{5}$

$E = -\frac{7}{15}$

$F = \frac{(1-\frac{1}{5})(1-\frac{2}{5})(1-\frac{4}{5})(1-\frac{5}{5})}{3}$

$F = \frac{(1-\frac{1}{5})(1-\frac{2}{5})(1-\frac{4}{5})\times 0}{3}$

$F = 0$

$G = \frac{12}{9+\frac{8}{7+\frac{6}{5+\frac{4}{3+\frac{2}{1+1}}}}}$

$G = \frac{12}{9+\frac{8}{7+\frac{6}{5+\frac{4}{4}}}}$

$G = \frac{12}{9+\frac{8}{7+\frac{6}{6}}}$

$G = \frac{12}{9+\frac{8}{8}}$

$G = \frac{12}{10}$

$G = \frac{6}{5}$

$H = \left(2 + \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{2+\frac{3}{4}} - \frac{\frac{3}{7}-\frac{8}{9}}{\frac{8}{9}-\frac{3}{7}}$

$H = 1 - \frac{\frac{3}{7}-\frac{8}{9}}{-(\frac{3}{7}-\frac{8}{9})}$

$H = 1 - (-1)$

$H = 2$

$I = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2\,020}\right)$

$I = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{2\,018}{2\,019} \times \frac{2\,019}{2\,020}$

$I = \frac{1}{2\,020}$

Exercice 2

$A = \frac{10^4 \times 7^{-1}}{2^7 \times 7^{-3} \times 5^7}$

$A = \frac{2^4 \times 5^4 \times 7^{-1}}{2^7 \times 7^{-3} \times 5^7}$

$A = \frac{7^2}{2^3 \times 5^3}$

$A = \frac{49}{10^3}$

$A = \frac{49}{1\,000}$

$B = \left(\frac{3^{-9} \times (10^{-3})^{-2}}{2^{-1} \times 10^5 \times 3^{-10}}\right)^2$

$B = \left(\frac{3^{-9} \times 10^6}{2^{-1} \times 10^5 \times 3^{-10}}\right)^2$

$B = (2 \times 3 \times 10)^2$

$B = 60^2$

$B = 3\,600$

Exercice 3

$A = \frac{a^2 \times b^{-3}}{a^{-2} \times b}$

$A = a^4 \times b^{-4}$

$B = \frac{(ab^2)^{-1}}{(a^2 b^3)^2}$

$B = \frac{a^{-1}b^{-2}}{a^4 b^6}$

$B = a^{-5}b^{-8}$

$C = (a^3 b)^3 (a^2 b^5)^4$

$C = a^9 b^3 a^8 b^{20}$

$C = a^{17} b^{23}$

$D = \frac{(ab^3)^{-4}(a^{-2}b)^2}{a^{-6}b^4}$

$D = \frac{a^{-4}b^{-12}a^{-4}b^2}{a^{-6}b^4}$

$D = a^{-2}b^{-14}$

Exercice 4

1. Pour $n = 0$, $B(0) = \dfrac{(8^1+8^0)^2}{(4^0-4^{-1})^3}$ $\qquad$ $= \dfrac{81}{\frac{3^3}{4^3}}$

$\qquad = \dfrac{(8+1)^2}{(1-\frac{1}{4})^3}$ $\qquad$ $= 3^4 \times \dfrac{4^3}{3^3}$

$\qquad = \dfrac{81}{(\frac{3}{4})^3}$ $\qquad$ $= 3 \times 4^3$

$\qquad\qquad\qquad\qquad = 192$

Pour $n = 1$, $B(1) = \dfrac{(8^2+8^1)^2}{(4^1-4^0)^3}$ $\qquad$ $= \dfrac{(8\times3^2)^2}{3^3}$

$\qquad = \dfrac{(64+8)^2}{3^3}$ $\qquad$ $= \dfrac{8^2\times3^4}{3^3}$

$\qquad = \dfrac{72^2}{3^3}$ $\qquad$ $= 8^2 \times 3$

$\qquad\qquad\qquad\qquad = 192$

2. $\forall n \in \mathbb{N}$, $B(n) = \dfrac{(8^{n+1}+8^n)^2}{(4^n-4^{n-1})^3}$ $\qquad$ $= \dfrac{(2^3)^{2n}\times(3^2)^2}{(2^2)^{3n-3}\times3^3}$

$\qquad = \dfrac{[8^n(8+1)]^2}{[4^{n-1}(4-1)]^3}$ $\qquad$ $= \dfrac{2^{6n}\times3^4}{2^{6n-6}\times3^3}$

$\qquad = \dfrac{8^{2n}\times9^2}{4^{3n-3}\times3^3}$ $\qquad$ $= 2^6 \times 3$

$\qquad\qquad\qquad\qquad = 192$ donc $B(n)$ ne dépend pas de n et est toujours égal à 192

Exercice 5

$A = \sqrt{27} + 2\sqrt{75} - \sqrt{108}$
$A = 3\sqrt{3} + 2 \times 5\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$
$A = 7\sqrt{3}$

$B = \sqrt{150} + \sqrt{96} - 4\sqrt{24}$
$B = \sqrt{2 \times 5^2 \times 3} + \sqrt{2^5 \times 3} - 4\sqrt{2^3 \times 3}$
$B = 5\sqrt{2 \times 3} + 2^2\sqrt{2 \times 3} - 4 \times 2\sqrt{2 \times 3}$
$B = 5\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 8\sqrt{6}$
$B = \sqrt{6}$

Exercice 6

$A = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$A = \dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$A = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$B = \dfrac{-8}{\sqrt{2}}$

$B = \dfrac{-8\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$B = \dfrac{-8\sqrt{2}}{2}$

$B = -4\sqrt{2}$

$C = \dfrac{5}{\sqrt{6}-1}$

$C = \dfrac{5(\sqrt{6}+1)}{(\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+1)}$

$C = \dfrac{5(\sqrt{6}+1)}{5}$

$C = \sqrt{6} + 1$

$D = \dfrac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

$D = \dfrac{(1-\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}$

$D = \dfrac{1-2\sqrt{3}+3}{-2}$

$D = \dfrac{4-2\sqrt{3}}{-2}$

$D = \sqrt{3} - 2$

$E = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2+2\sqrt{3}}$

$E = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2(1+\sqrt{3})}$

$E = \dfrac{1}{2}$

Exercice 7

$A = \sqrt{(-5)^2}$
$A = |-5|$
$A = 5$

$B = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$
$B = |\sqrt{3}-1|$
$B = \sqrt{3} - 1$

$C = \left(\sqrt{2\sqrt{3}}\right)^4$
$C = \left(2\sqrt{3}\right)^2$
$C = 2^2 \times \sqrt{3}^2$
$C = 12$

$D = \left(\dfrac{5-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$
$D = \dfrac{25-10\sqrt{2}+2}{3}$
$D = \dfrac{27-1\ \sqrt{2}}{3}$

Exercice 8

$A = (3x - 4)(6x - 1)$ $A = 18x^2 - 3x - 24x + 4$ $A = 18x^2 - 27x + 4$	$B = (-2x + 3)(4x - 3)$ $B = -8x^2 + 6x + 12x - 9$ $B = -8x^2 + 18x - 9$	$C = 2(3x + 1)(5x - 2)$ $C = 2(15x^2 - 6x + 5x - 2)$ $C = 30x^2 - 2x - 4$

$D = -7(2x - 3)(4x - 9)$ $D = -7(8x^2 - 18x - 12x + 27)$ $D = -53x^2 + 210x - 189$	$E = x(2 - 3x) + 6x^2 + 3x$ $E = 2x - 3x^2 + 6x^2 + 3x$ $E = 3x^2 + 5x$	

$F = (5 - x)(1 + 2x) + (2x + 3)(4x + 8)$ $F = 5 + 10x - x - 2x^2 + 8x^2 + 16x + 12x + 24$ $F = 6x^2 + 37x + 29$	$G = (7x - 2)(2x + 6) - 4(3x - 7)(x - 5)$ $G = 14x^2 + 42x - 4x - 12 - 4(3x^2 - 15x - 7x + 35)$ $G = 2x^2 + 126x - 152$

$H = (2a^3 - 7b)(-7a + 3b^2)$ $H = -14a^4 + 6a^3b^2 + 49ab - 21b^3$	$J = (2x - 5)^2$ $J = 4x^2 - 20x + 25$

$K = (4x + 9)^2$ $K = 16x^2 + 72x + 81$	$L = (3x^2 - \frac{1}{3}x)^2$ $L = 9x^4 - 2x^3 + \frac{1}{9}x^2$	$M = (3x - \sqrt{5})^2$ $M = 9x^2 - 6\sqrt{5}x + 5$

$N = \left(x + \frac{3}{5}\right)\left(x - \frac{3}{5}\right)$ $N = x^2 - \frac{9}{25}$	$P = \left(\frac{5}{4}x + \frac{2}{7}\right)\left(\frac{5}{4}x - \frac{2}{7}\right)$ $P = \frac{25}{16}x^2 - \frac{4}{49}$	$Q = \left(3x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$ $Q = 9x^2 - 2 \times 3x \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3}$ $Q = 9x^2 - 2\sqrt{3}x + \frac{1}{3}$

$R = (2x + 3)^3$ $R = (2x)^3 + 3 \times (2x)^2 \times 3 + 3 \times 2x \times 3^2 + 3^3$ $R = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$	$S = (2x - 3)^3$ $S = (2x)^3 - 3 \times (2x)^2 \times 3 + 3 \times 2x \times 3^2 - 3^3$ $S = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$

$T = (x + a)(x - a)(x^2 - a^2)$ $T = (x^2 - a^2)(x^2 - a^2)$ $T = (x^2 - a^2)^2$ $T = x^4 - 2a^2x^2 + a^4$	$U = (2a - 1)(2a + 1)(4a^2 + 1)$ $U = (4a^2 - 1)(4a^2 + 1)$ $U = 16a^4 - 1$

$V = [(x - 1) + x^2][(x - 1) - x^2]$ $V = (x - 1)^2 - x^4$ $V = x^2 - 2x + 1 - x^4$ $V = -x^4 + x^2 - 2x + 1$	$W = (a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$ $W = a^4 + a^3b + a^2b^2 - a^3b - a^2b^2 - ab^3 + a^2b^2 + ab^3 + b^4$ $W = a^4 + a^2b^2 + b^4$

$X = (4a^{3n} + 3a^{2n})(4a^{3n} - 3a^{2n})$ $X = (4a^{3n})^2 - (3a^{2n})^2$ $X = 16a^{6n} - 9a^{4n}$	$Y = (2a^n - a^{n+1})^2$ $Y = (2a^n - a^{n+1})^2$ $Y = (2a^n)^2 - 2 \times 2a^n \times a^{n+1} + (a^{n+1})^2$ $Y = 4a^{2n} - 4a^{2n+1} + a^{2n+2}$

Exercice 9

$A = 4(x - 1) + (x - 1)(2x + 1)$ $A = (x - 1)[4 + (2x + 1)]$ $A = (x - 1)(2x + 5)$	$B = (x + 5)^2 + (x - 5)(x + 5) - 3(x + 5)$ $B = (x + 5)[(x + 5) + (x - 5) - 3]$ $B = (x + 5)(2x - 3)$

$C = 5(2x - 1)^3 + (2x - 1)^2(x + 2)$ $C = (2x - 1)^2[5(2x - 1) + (x + 2)]$ $C = (2x - 1)^2(10x - 5 + x + 2)$ $C = (2x - 1)^2(11x - 3)$	$D = (2x - 3)^2 + 5x(3 - 2x)$ $D = (2x - 3)^2 - 5x(2x - 3)$ $D = (2x - 3)(2x - 3 - 5x)$ $D = (2x - 3)(-3x - 3)$ $D = -3(2x - 3)(x + 1)$

$E = 2x + 5 - (x + 3)(4x + 10)$ $E = 2x + 5 - 2(x + 3)(2x + 5)$ $E = (2x + 5)[1 - 2(x + 3)]$ $E = (2x + 5)(1 - 2x - 6)$ $E = (2x + 5)(-2x - 5)$	$F = 1 - 12x + 36x^2$ $F = (6x - 1)^2$

$G = (3x - 1)^2 - 25$ $G = (3x - 1 - 5)(3x - 1 + 5)$ $G = (3x - 6)(3x + 4)$ $G = 3(x - 2)(3x + 4)$	$H = (2x + 3)^2 - (x - 1)^2$ $H = [(2x + 3) + (x - 1)][(2x + 3) - (x - 1)]$ $H = [2x + 3 + x - 1][2x + 3 - x + 1]$ $H = (3x + 2)(x + 4)$

$I = 4x^2 - 20x + 25$
$I = (2x - 5)^2$

$J = 2x^2 + 20x + 50$
$J = 2(x^2 + 10x + 25)$
$J = 2(x + 5)^2$

$K = \frac{4}{9} - (2x + \frac{1}{3})^2$
$K = \left[\frac{2}{3} + (2x + \frac{1}{3})\right]\left[\frac{2}{3} - (2x + \frac{1}{3})\right]$
$K = (2x + 1)(-2x - \frac{1}{3})$

$L = x^2 - 9 + (x - 3)(2x + 5)$
$L = (x + 3)(x - 3) + (x - 3)(2x + 5)$
$L = (x - 3)[(x + 3) + (2x + 5)]$
$L = (x - 3)(3x + 8)$

$M = (2x - 3)^2 - (6 - 4x)(6x + 1)$
$M = (2x - 3)^2 - 2(3 - 2x)(6x + 1)$
$M = (2x - 3)^2 + 2(2x - 3)(6x + 1)$
$M = (2x - 3)[2x - 3 + 2(6x + 1)]$
$M = (2x - 3)(14x - 1)$

$N = 4x^2 - 4x + 1 + (4 - 8x)(3x + 2)$
$N = (2x - 1)^2 - 4(2x - 1)(3x + 2)$
$N = (2x - 1)(2x - 1 - 12x - 8)$
$N = (2x - 1)(-10x - 9)$

$P = (25x^2 + 1 - 10x) - 9x^2$
$P = (5x - 1)^2 - 9x^2$
$P = (5x - 1 + 3x)(5x - 1 - 3x)$
$P = (8x - 1)(2x - 1)$

Exercice 10

$A = \frac{2x}{x-1} + 4$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$A = \frac{2x}{x-1} + \frac{4(x-1)}{x-1}$

$A = \frac{2x+4x-4}{x-1}$

$A = \frac{6x-4}{x-1}$

$B = \frac{3x-2}{x-2} - \frac{2}{3}$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$B = \frac{3(3x-2)}{3(x-2)} - \frac{2(x-2)}{3(x-2)}$

$B = \frac{9x-6-2x+4}{3(x-2)}$

$B = \frac{7x-2}{3(x-2)}$

$C = \frac{3}{x-4} + \frac{2}{x}$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\,;4\}$

$C = \frac{3x}{x(x-4)} + \frac{2(x-4)}{x(x-4)}$

$C = \frac{5x-8}{x(x-4)}$

$D = \frac{1}{x-3} - \frac{2}{x}$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\,;3\}$

$D = \frac{x}{x(x-3)} - \frac{2(x-3)}{x(x-3)}$

$D = \frac{-x+6}{x(x-3)}$

$E = \frac{3x+3}{3x-1} - \frac{2x}{2x+1}$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\,;\frac{1}{3}\right\}$

$E = \frac{(3x+3)(2x+1)}{(3x-1)(2x+1)} + \frac{2x(3x-1)}{(2x+1)(3x-1)}$

$E = \frac{6x^2+9x+3-6x^2+2x}{(3x-1)(2x+1)}$

$E = \frac{11x+3}{(3x-1)(2x+1)}$

$F = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\,;0\}$

$F = \frac{x}{x(x+1)^2} + \frac{x(x+1)}{(x+1)^2} - \frac{(x+1)^2}{x(x+1)^2}$

$F = \frac{x+x^2+x-x^2-2x-1}{x(x+1)^2}$

$F = \frac{-1}{x(x+1)^2}$

$G = \frac{a^3-b^3}{(a-b)^2} - \frac{(a+b)^2}{a-b}$ défini pour tout $a, b \in \mathbb{R}$ et $a \neq b$

$G = \frac{a^3-b^3}{(a-b)^2} - \frac{(a+b)^2(a-b)}{(a-b)^2}$

$G = \frac{a^3-b^3-(a^2+2ab+b^2)(a-b)}{(a-b)^2}$

$G = \frac{a^3-b^3-a^3+a^2b-2a^2b+2ab^2-ab^2+b^3}{(a-b)^2}$

$G = \frac{-a^2b+ab^2}{(a-b)^2}$

$G = \frac{-ab(a-b)}{(a-b)^2}$

$G = \frac{-ab}{a-b}$

$H = \frac{\frac{6(n+1)}{n(n-1)(2n-2)}}{\frac{2n+2}{n^2(n-1)^2}}$ défini pour tout $n \in \mathbb{R} \setminus \{0\,;1\}$

$H = \frac{6(n+1)}{n(n-1)(2n-2)} \times \frac{n^2(n-1)^2}{2n+2}$

$H = \frac{3}{2}n$

$I = \frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{8}{x^2-4}$ défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\,;2\}$

$I = \frac{2(x-2)}{x^2-4} - \frac{x+2}{x^2-4} + \frac{8}{x^2-4}$

$I = \frac{2x-4-x-2+8}{x^2-4}$

$I = \frac{x+2}{(x+2)(x-2)}$

$I = \frac{1}{x-2}$

$J = \frac{1}{x} + \frac{x+2}{x^2-4} + \frac{2}{x^2-2x}$

défini pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\,;0\,;2\}$

$J = \frac{1}{x} + \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} + \frac{2}{x(x-2)}$

$J = \frac{(x+2)(x-2)+x(x+2)+2(x+2)}{x(x+2)(x-2)}$

$J = \frac{x^2-4+x^2+2x+2x+4}{x(x+2)(x-2)}$

$J = \frac{2x^2+4x}{x(x+2)(x-2)}$

$J = \frac{2x(x+2)}{x(x+2)(x-2)}$

$J = \frac{2}{x-2}$

Exercice 11

$A = e^4 \times e^{-5}$
$A = e^{-1}$
$A = \frac{1}{e}$

$B = (e^3)^2 \times e^5$
$B = e^6 \times e^5$
$B = e^{11}$

$C = \frac{e^4(e^2)^3}{e^{-3}}$

$C = e^{13}$

Exercice 12

$A = (e^2 + e^{-2})^2$
$A = e^4 + 2e^0 + e^{-4}$
$A = e^4 + 2 + e^{-4}$

$B = (e^2 + 1)(e^2 - 1)$
$B = e^4 - 1$

$C = (e^{\frac{x}{2}} - 1)(e^{\frac{x}{2}} + 1)$
$C = e^x - 1$

$D = (e^{x+4} + 1)(e^{-x} + e)$
$D = e^4 + e^{x+5} + e^{-x} + e$

Exercice 13

$A = xe^x - e^x$
$A = e^x(x - 1)$

$B = (x + 3)e^{-2x} - 2e^{-2x}$
$B = (x + 3 - 2)e^{-2x}$
$B = (x + 1)e^{-2x}$

$C = (x + 6)e^{5x} - 4e^{5x}$
$C = (x + 6 - 4)e^{5x}$
$C = (x + 2)e^{5x}$

$D = e^{2x} - 4x^2$
$D = (e^x)^2 - (2x)^2$
$D = (e^x + 2x)(e^x - 2x)$

$E = e^{2x} + 2e^x + 1$
$E = (e^x + 1)^2$

$F = e^{2x} + 2 + e^{-2x}$
$F = (e^x + e^{-x})^2$